

## Группа 13ПК

Учебная дисциплина: Математика

*Тема урока: Геометрические преобразования пространства: параллельный перенос, симметрия относительно плоскости. Параллельное проектирование.*

### Лекция.

Геометрические преобразования имеют большое значение в геометрии.

С помощью геометрических преобразований определяются такие важные геометрические понятия, как равенство и подобие фигур. Благодаря геометрическим преобразованиям, многие разрозненные факты геометрии укладываются в стройную теорию.

Для начала обратимся к некоторым основным понятиям, которые будут необходимы нам для работы с преобразованиями.

**Определение.** Преобразованием пространства называется взаимно-однозначное отображение пространства на себя.

Из этого определения следует важный вывод: *при любом преобразовании пространства образы любых двух различных точек пространства различны и любые две различные точки пространства являются образами двух его различных точек.*

Теперь перейдём к рассмотрению отдельных видов геометрических преобразований.

### **Центральная симметрия**

Введем определение центральной симметрии.

Преобразование пространства, при котором каждая точка пространства отображается на точку, симметричную ей относительно точки  $O$ , называется **центральной симметрией** пространства относительно точки  $O$ . При этом точка  $O$  отображается на себя и называется центром симметрии.

Примерами центральной симметрии являются: автомобильное колесо, окружность, куб, шар, снежинка, цветок и тд.

*Две фигуры называются равными, если они совмещаются движением.*

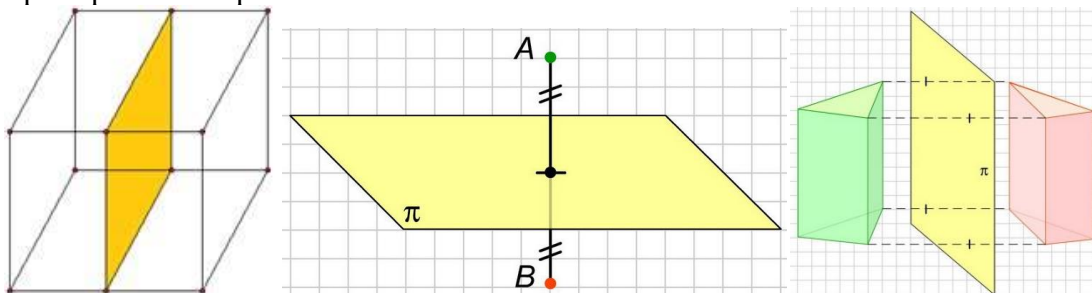
В качестве примера движения пространства на данном этапе изучения стереометрии можно привести преобразование центральной симметрии, доказав координатным способом, что при этой симметрии сохраняются расстояния между точками.

**Введем понятие симметрии относительно плоскости:**

**Определение.** Преобразование пространства, при котором каждая точка пространства отображается на точку, симметричную ей относительно плоскости  $\alpha$ , называется симметрией пространства относительно плоскости  $\alpha$ .

Плоскость  $\alpha$  называется плоскостью симметрии.

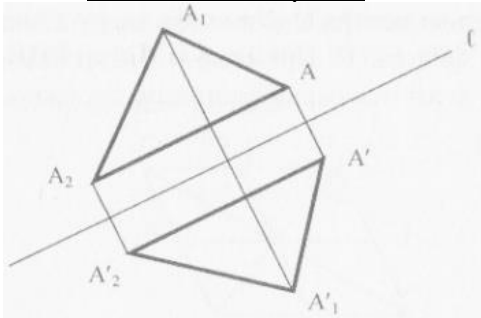
Примеры симметрии относительно плоскости:



### Виды симметрии

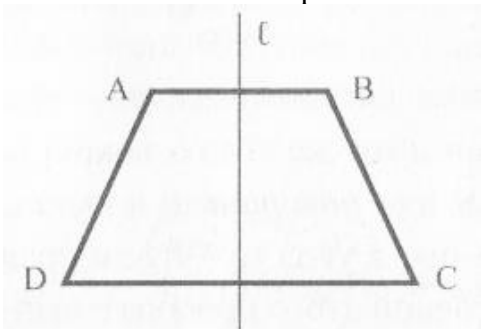
### Осевая симметрия

Преобразование, при котором каждая точка  $A$  фигуры (или тела) преобразуется в симметричную ей относительно некоторой оси  $l$  в точку  $A'$ , при этом отрезок  $AA'$   $\perp l$ , называется осевой симметрией.



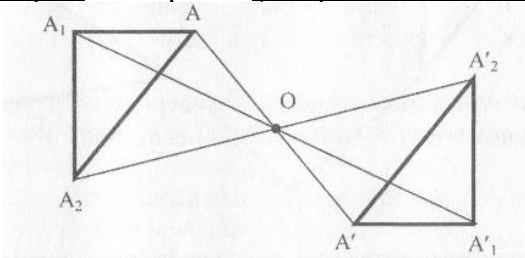
Если точка  $A$  лежит на оси  $l$ , то она симметрична самой себе, т.е.  $A$  совпадает с  $A'$ .

В частности, если при преобразовании симметрии относительно оси  $l$ , фигура  $F$  переходит сама в себя, то она называется симметричной относительно оси  $l$ , а ось  $l$  называется ее осью симметрии.

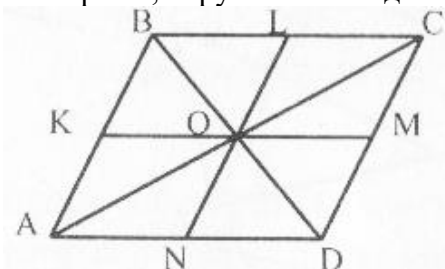


### Центральная симметрия.

Преобразование, переводящее каждую точку  $A$  фигуры или тела в точку  $A'$ , симметричную ей относительно центра  $O$ , называется преобразованием центральной симметрии или просто центральной симметрией.



Точка  $O$  называется центром симметрии и является неподвижной. Других неподвижных точек это преобразование не имеет. Если при преобразовании центральной симметрии относительно центра  $O$  фигура  $F$  преобразуется в себя, то она называется симметричной относительно центра  $O$  при этом центр  $O$  называется центром симметрии фигуры  $F$ . Примерами фигур, обладающих центром симметрии, являются параллелограмм, окружность и т.д.



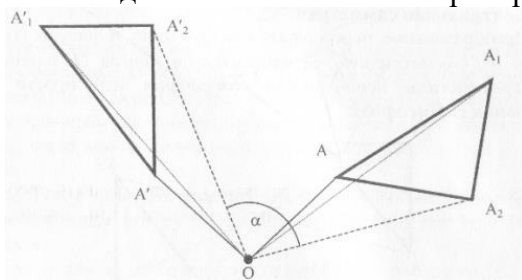
Знакомые понятия поворота и параллельного переноса используются при определении так называемой трансляционной симметрии.

Рассмотрим трансляционную симметрию более подробно.

### **Трансляционная симметрия**

#### **Поворот**

Преобразование, при котором каждая точка  $A$  фигуры или тела поворачивается на один и тот же угол  $\alpha$  вокруг заданного центра  $O$ , называется вращением или поворотом плоскости. Точка  $O$  называется центром вращения, а угол  $\alpha$  – углом вращения. Точка  $O$  является неподвижной точкой этого преобразования.



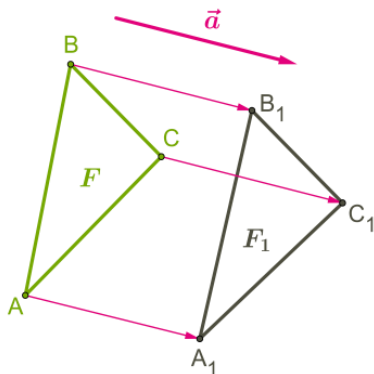
Центральная симметрия есть поворот фигуры или тела на  $180^\circ$ .

#### **Параллельный перенос**

**Параллельным переносом фигуры называется перенос всех точек пространства на одно расстояние в одном направлении.**

Параллельный перенос определяет вектор, по которому совершается перенос.

Чтобы совершить параллельный перенос, нужно знать направление и расстояние, что означает задать вектор.



Чтобы при параллельном переносе построить изображение многоугольника, достаточно построить изображения вершин этого многоугольника.

Первоначальная фигура и фигура, полученная после параллельного переноса, равны.

Параллельный перенос используется для конструирования графиков функций.

**Задача 1.** Можно ли взаимно-однозначно отобразить:

- а) поверхность куба на поверхность другого куба;
- б) поверхность куба на сферу; Сделайте соответствующие рисунки.

**Задача 2.** Нарисуйте треугольную пирамиду, имеющую две плоскости симметрии.

*Указание.* Рассмотрите пирамиду  $PABC$ , в которой лишь  $AP = BP = AC = BC$ .

**Домашнее задание:**

**1.Оформить краткий конспект в тетрадь.**

**2.Решить задачи.**

**Выслать работу на электронную почту. [Lelya.Stepanova.66@inbox.ru](mailto:Lelya.Stepanova.66@inbox.ru)**