

## Тема урока: Вычисление площадей с помощью интегралов.

### Перечень вопросов, рассматриваемых в теме

- 1) Нахождение площади фигуры, ограниченной графиками функций с помощью определенного интеграла.
- 2) Нахождение площади криволинейной трапеции с помощью формулы Ньютона – Лейбница
- 3) Решение задач, с помощью формулы Ньютона – Лейбница

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

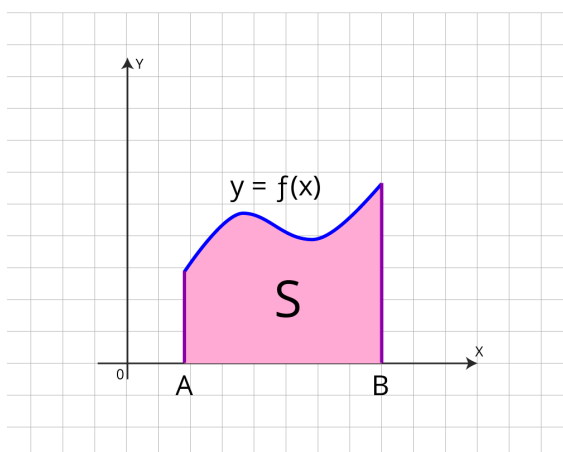
$$S = \int_a^b f(x)dx$$

Формула Ньютона – Лейбница

### Теоретический материал для самостоятельного изучения

Криволинейной трапецией называется фигура, ограниченная графиком непрерывной и не меняющей на отрезке  $[a;b]$  знака функции  $f(x)$ , прямыми  $x=a$ ,  $x=b$  и отрезком  $[a;b]$ .

Отрезок  $[a;b]$  называют **основанием** этой криволинейной трапеции

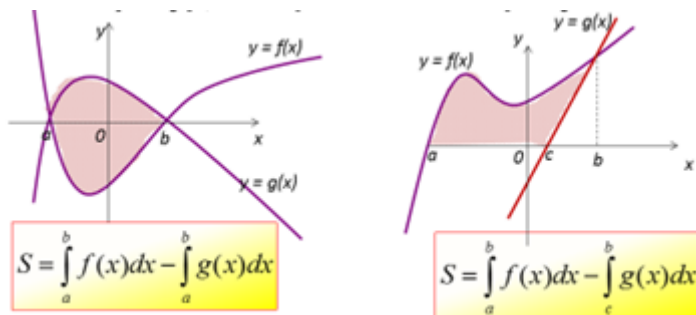


$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

$$S = \int_a^b f(x)dx$$

формула Ньютона – Лейбница

Если в задаче требуется вычислить площадь криволинейной трапеции, то ответ всегда будет положительный. Если требуется, используя чертеж, вычислить интеграл, то его значение может быть любым. (зависит от расположения криволинейной трапеции)



### Примеры и разбор решения заданий тренировочного модуля

**№1** Вычислите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x$ ,  $y = 5 - x$ ,  $x = 1$ ,  $x = 2$ , используя определенный интеграл.

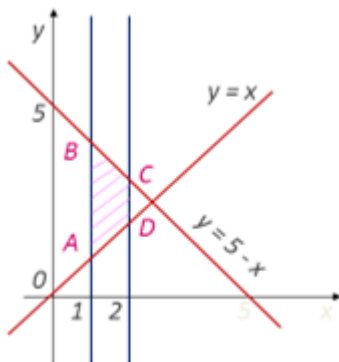
Решение. Воспользуемся формулой Ньютона-Лейбница.

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

Сначала находим первообразную функцию  $F(x)$ . Далее подставляем значение верхнего предела в первообразную функцию:  $F(b)$ .

Затем подставляем значение нижнего предела в первообразную функцию:  $F(a)$ .

Рассчитываем разность  $F(b) - F(a)$ , это и будет ответ



$$\begin{aligned} S_{ABCD} &= \int_1^2 ((5-x) - x) dx = \\ &= \int_1^2 (5-2x) dx = (5x - x^2) \Big|_1^2 = \\ &= (5 \cdot 2 - 2^2) - (5 \cdot 1 - 1^2) = 2 \end{aligned}$$

Ответ: 2

**№2.** Найти площадь фигуры, ограниченной линиями  $y=4-x^2$ ,  $y=3x$ ,  $y=0$  и находящейся в 1-й четверти.

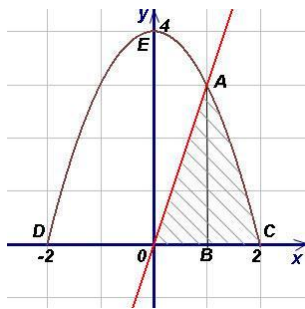
Решение: Воспользуемся формулой Ньютона-Лейбница.

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

Сначала находим первообразную функцию  $F(x)$ . Далее подставляем значение верхнего предела в первообразную функцию:  $F(b)$ .

Затем подставляем значение нижнего предела в первообразную функцию:  $F(a)$ .

Рассчитываем разность  $F(b) - F(a)$ , это и будет ответ.



Решение.  $S=S_{OAB} + S_{ABC}$

$$\begin{cases} y = 4 - x^2 \\ y = 3x \end{cases}, x_1 = 1 \text{ и } x_2 = -4$$

$$\begin{cases} y = 4 - x^2 \\ y = 0 \end{cases}, x_1 = 2 \text{ и } x_2 = -2$$

$$\begin{aligned} S &= \int_0^1 3x \, dx + \int_1^2 (4 - x^2) \, dx = \\ &= \frac{3}{2} x^2 \Big|_0^1 + \left( 4x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_1^2 = \\ &= \frac{3}{2} + \left( 8 - \frac{8}{3} \right) - \left( 4 - \frac{1}{3} \right) = \frac{19}{6} \text{ кв. ед.} \end{aligned}$$

**№3.** Найти площадь криволинейной трапеции  $(x-1)^2$ , ограниченной линиями  $x=2$  и  $x=1$ , осью  $Ox$

Решение:

Воспользуемся формулой Ньютона-Лейбница.

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

Сначала находим первообразную функцию  $F(x)$  . Далее подставляем значение верхнего предела в первообразную функцию:  $F(b)$  .

Затем подставляем значение нижнего предела в первообразную функцию:  $F(a)$  .

Рассчитываем разность  $F(b) - F(a)$ , это и будет ответ.

$$S = \int_1^2 (x - 1)^2 dx = \frac{(2 - 1)^3}{3} - \frac{(1 - 1)^3}{3} = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$$

Домашнее задание:

1. Записать теорию в тетрадь

2. Решить №354 (стр.188)

Учебник: <http://uchebniki.net/algebra10/392-uchebnik-algebra-10-11-klass-kolmogorov-2008.html>

Выполненные задания отправить на электронную почту [Lelya.Stepanova.66@inbox.ru](mailto:Lelya.Stepanova.66@inbox.ru)