

Урок по теме: Площадь криволинейной трапеции. Интеграл и его свойства.

Перечень вопросов, рассматриваемых в теме

- 1) Нахождение определенного интеграла
- 2) Нахождение площади криволинейной трапеции с помощью формулы Ньютона – Лейбница
- 3) Решение задач, с помощью формулы Ньютона – Лейбница

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

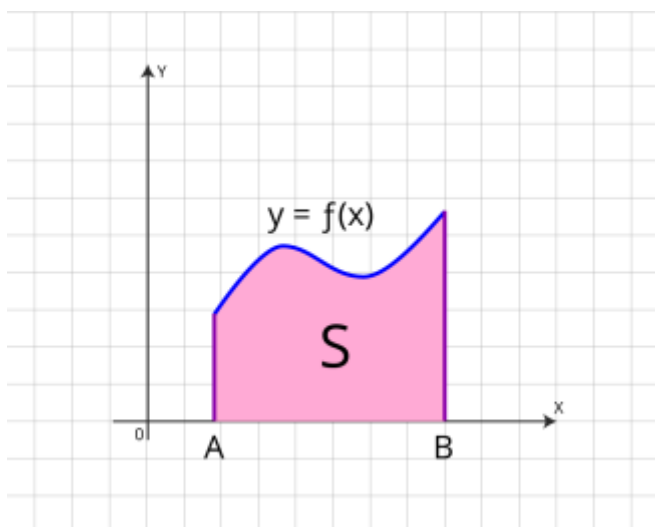
$$S = \int_a^b f(x)dx$$

Формула Ньютона – Лейбница

Теоретический материал для самостоятельного изучения

Криволинейной трапецией называется фигура, ограниченная графиком непрерывной и не меняющей на отрезке $[a;b]$ знака функции $f(x)$, прямыми $x=a$, $x=b$ и отрезком $[a;b]$.

Отрезок $[a;b]$ называют **основанием** этой криволинейной трапеции



$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

$$S = \int_a^b f(x)dx$$

формула Ньютона – Лейбница

Если в задаче требуется вычислить площадь криволинейной трапеции, то ответ всегда будет положительный. Если требуется, используя чертеж, вычислить интеграл, то его значение может быть любым (зависит от расположения криволинейной трапеции).

Примеры и разбор решения заданий тренировочного модуля

№1. Найти площадь криволинейной трапеции, изображенной на рисунке



Решение

Для вычисления площади криволинейной трапеции воспользуемся формулой Ньютона – Лейбница.

$$\begin{aligned} S &= \int_a^b f(x) dx \\ S &= \int_1^3 x^2 dx = F(3) - F(1) = \\ &= \frac{3^3}{3} - \frac{1^3}{3} = 8\frac{2}{3} \text{ (кв.ед)} \end{aligned}$$

Ответ: $8\frac{2}{3}$

№2. Вычислить определенный интеграл:

Решение: Воспользуемся формулой Ньютона-Лейбница.

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

Сначала находим первообразную функцию $F(x)$. Далее подставляем значение верхнего предела в первообразную функцию: $F(b)$.

Затем подставляем значение нижнего предела в первообразную функцию: $F(a)$.

Рассчитываем разность $F(b) - F(a)$, это и будет ответ.

$$1) \int_0^1 x dx = \frac{x^2}{2} \Big|_0^1 = \frac{1^2}{2} - \frac{0^2}{2} = \frac{1}{2}$$

$$2) \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx = -\cos x \Big|_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} = 0$$

$$3) \int_{-2}^3 \frac{2}{(x+3)^2} dx = -2(x+3)^{-1} \Big|_{-2}^3 = -\frac{1}{3} + 2 = 1\frac{2}{3}$$

№3. Найти площадь криволинейной трапеции $(x-1)^2$, ограниченной линиями $x=2$ и $x=1$, осью Ox

Решение:

Воспользуемся формулой Ньютона-Лейбница.

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

Сначала находим первообразную функцию $F(x)$. Далее подставляем значение верхнего предела в первообразную функцию: $F(b)$.

Затем подставляем значение нижнего предела в первообразную функцию: $F(a)$.

Рассчитываем разность $F(b) - F(a)$, это и будет ответ.

$$S = \int_1^2 (x-1)^2 dx = \frac{(2-1)^3}{3} - \frac{(1-1)^3}{3} = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$$

Домашнее задание:

1. Записать теорию в тетрадь

2. Решить №353 (стр.188)

Учебник: <http://uchebniki.net/algebra10/392-uchebnik-algebra-10-11-klass-kolmogorov-2008.html>

Выполненные задания отправить на электронную почту Lelya.Stepanova.66@inbox.ru