

Тема урока: "Методы решения тригонометрических уравнений"

Цели урока:

повторить, обобщить, систематизировать и углубить знания о методах решения тригонометрических уравнений.

Повторение материала .

	$\sin x = a$	$\cos x = a$	$\operatorname{tg} x = a$	$\operatorname{ctg} x = a$
1	решений нет	решений нет	$x = \arctg a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = \operatorname{arcctg} a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
	$x = (-1)^n \arcsin a + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$		
$a = 1$	$x = \pi/2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = \pi/4 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = 3\pi/4 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
$a = -1$	$x = 3\pi/2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = 5\pi/4 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = 7\pi/4 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$
$a = 0$	$x = \pi/2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = \pi/4 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$	$x = 3\pi/4 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$

в) Повторяем определения:

Арксинусом числа a называется число b , $b \in [-\pi/2; \pi/2]$, $\sin b = a$

Арккосинусом числа a называется число b , $b \in [0; \pi]$, $\cos b = a$

$\arcsin(-a) = -\arcsin a$; $\arccos(-a) = \pi - \arccos a$

$\arctg(-a) = -\arctg a$; $\operatorname{arcctg}(-a) = \pi - \operatorname{arcctg} a$.

Основные виды тригонометрических уравнений, методы их решений

1. Введение новой переменной.	$2\sin^2 x - 5\sin x + 2 = 0.$	Пусть $\sin x = t$, $ t \leq 1$, Имеем: $2t^2 - 5t + 2 = 0.$ Получаем и решаем $2t^2 - 5t + 2 = 0$, $t = z,$
2. Разложение на множители	$2\sin x \cos 5x - \cos 5x = 0;$	$\cos 5x (2\sin x - 1) = 0.$
3. Однородные тригонометрические уравнения.	I степени $a \sin x + b \cos x = 0, (a, b \neq 0).$	Разделим на $\cos x \neq 0.$ Получаем и решаем: $a \operatorname{tg} x + b = 0; \dots$
	II степени	1) если $a \neq 0$, разделим на $\cos^2 x \neq 0$

	$a \sin^2 x + b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0.$	<p>имеем: $a \operatorname{tg}^2 x + b \operatorname{tg} x + c = 0.$</p> <p>2) если $a = 0$, то</p> <p>имеем: $b \sin x \cos x + c \cos^2 x = 0$; разделим на $\cos^2 x \neq 0$</p> <p>получаем и решаем</p> $b \operatorname{tg} x + c = 0$
4. Неоднородные тригонометрические уравнения.	<p>Уравнения вида:</p> $a \sin x + b \cos x = c$ <p>где a, b, c – коэффициенты; x – неизвестное.</p>	<i>Введение вспомогательного угла</i>

Вспомнив теорию, давайте решим несколько тригонометрических уравнений по известным алгоритмам.

Задание №1.

Решить уравнение $\sin^2 x + 5 \sin x - 6 = 0.$

Учащиеся решают уравнение, вводят замену

$$\sin x = z,$$

решая квадратное уравнение

$$z^2 + 5z - 6 = 0,$$

находят

$$z_1 = 1$$

$$z_2 = -6 \text{ (не удовлетворяет условию)}$$

Решением уравнение

$$\sin x = 1$$

$$x = \pi/2 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$$

Ответ: $\pi/2 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}.$

Продолжим решать тригонометрические уравнения, применяя нужный метод.

Задание №2

Решите уравнение $2 \sin x + 3 \cos x = 0.$

Учащиеся решают уравнение.

$$2 \sin x + 3 \cos x = 0 \mid : \cos x \neq 0$$

$$2 \operatorname{tg} x + 3 = 0$$

$$\operatorname{tg} x = -1,5$$

$$x = \operatorname{arctg}(-1,5) + \pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\operatorname{arctg} 1,5 + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $-\operatorname{arctg} 1,5 + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$.

Задание №3

Решите уравнение $2 \sin^2 x - 3 \sin x \cos x - 5 \cos^2 x = 0$

Учащиеся решают уравнение

$$2 \sin^2 x - 3 \sin x \cos x - 5 \cos^2 x = 0$$

$$2 \sin^2 x - 3 \sin x \cos x - 5 \cos^2 x = 0 \quad | : \cos^2 x \neq 0$$

$$2 \operatorname{tg}^2 x - 3 \operatorname{tg} x - 5 = 0$$

$$\text{замена } \operatorname{tg} x = t$$

$$2 t^2 - 3 t - 5 = 0$$

$$t_1 = -1; \quad t_2 = 2,5$$

Выполняем обратную замену и решаем уравнения

$$1) \operatorname{tg} x = -1$$

$$x = -\pi/2 + \pi k, \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$2) \operatorname{tg} x = 2,5$$

$$x = \operatorname{arctg} 2,5 + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $-\pi/2 + \pi k, \operatorname{arctg} 2,5 + \pi n, \quad n, k \in \mathbb{Z}$.

Домашнее задание: №164, 165. (стр.83)

Учебник: <http://uchebniki.net/algebra10/392-uchebnik-algebra-10-11-klass-kolmogorov-2008.html>

Выполненные задания отправить на электронную почту Lelya.Stepanova.66@inbox.ru