

Тема урока: «Определенный интеграл и его свойства».

Изучить лекцию и составить конспект

Определенным интегралом $\int_a^b f(x)$ в пределах от a до b от функции $f(x)$, непрерывной на отрезке $[a, b]$, называется приращение любой ее первообразной $F(x)$ при изменении аргумента x от значения $x=a$ до $x=b$:

$$\int_a^b f(x)dx = F(x) \Big|_a^b = F(b) - F(a).$$

Данная формула так же называется формулой Ньютона-Лейбница, ее называют **основной формулой интегрального исчисления**.

Свойства определенного интеграла.

1. Определенный интеграл от алгебраической суммы конечного числа функций равен алгебраической сумме определенных интегралов от

слагаемых функций:
$$\int_a^b (f_1(x) + f_2(x) - f_3(x))dx = \int_a^b f_1(x)dx + \int_a^b f_2(x)dx - \int_a^b f_3(x)dx$$

2. Постоянный множитель можно выносить за знак определенного

интеграла:
$$\int_a^b Af(x)dx = A \int_a^b f(x)dx$$

3. При перестановке пределов интегрирования определенный интеграл

меняет свой знак на противоположный:
$$\int_a^b f(x)dx = - \int_b^a f(x)dx$$

4. Определенный интеграл с одинаковыми пределами равен нулю:

$$\int_a^a f(x)dx = 0$$

5. Отрезок интегрирования можно разбивать на части:

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$

РАЗОБРАТЬ РЕШЁНЫЕ ПРИМЕРЫ:

Вычислить интеграл:

$$1) \int_{-1}^2 x^2 \cdot dx = \frac{x^3}{3} \Big|_{-1}^2 = \frac{2^3}{3} - \frac{(-1)^3}{3} = \frac{8}{3} + \frac{1}{3} = \frac{8+1}{3} = \frac{9}{3} = 3;$$

$$2) \int_0^1 (x - 3x^2) dx = \int_0^1 x dx - \int_0^1 3x^2 dx = \left(\frac{x^2}{2} - 3 \frac{x^3}{3} \right) \Big|_0^1 = \left(\frac{1^2}{2} - 1^3 \right) - \left(\frac{0^2}{2} - 0^3 \right) = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2};$$

$$3) \int_2^3 \frac{dx}{2x-1} = \frac{1}{2} \ln|2x-1| \Big|_2^3 = \frac{1}{2} (\ln|2 \cdot 3 - 1| - \ln|2 \cdot 2 - 1|) = \frac{1}{2} (\ln 5 - \ln 3) = \frac{1}{2} \ln \frac{5}{3};$$

$$4) \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x \cdot dx = -\frac{1}{2} \sin 2x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = -\frac{1}{2} (\sin 2 \cdot \frac{\pi}{2} - \sin 2 \cdot 0) = -\frac{1}{2} (\sin \pi - \sin 0) = -\frac{1}{2} (0 - 0) = 0;$$

Закрепление изученного материала. Решить самостоятельно 2 варианта.

	Вариант 1	Вариант 2	
Найдите значение определенных интегралов			
1	$\int_0^2 x^2 dx$	1	$\int_1^3 x^4 dx$
2	$\int_{-1}^2 5x^4 dx$	2	$\int_0^2 4x^3 dx$
3	$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x \cdot dx$	3	$\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \sin x \cdot dx$
4	$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{5dx}{\sin^2 x}$	4	$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{4dx}{\cos^2 x}$
5	$\int_1^9 \frac{dx}{\sqrt{x}}$	5	$\int_1^{16} \frac{dx}{\sqrt{x}}$
6	$\int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{dx}{x^3}$	6	$\int_{\frac{1}{3}}^{\frac{1}{2}} \frac{dx}{x^2}$
7	$\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x \cdot dx$	7	$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot dx$

Выполненные задания отправить на электронную почту
Lelya.Stepanova.66@inbox.ru