Тема урока: Основное свойство первообразной

1.Изучитьсамостоятельно новый материал и составить конспект.

Из предыдущего урока мы знаем , что цель интеграции состоит в нахождении для данной функции всех ее первообразных, которых бесконечно много. Поэтому необходимо записать общий вид этих первообразных. При решении такой задачи важно утверждение:

Утверждение

Признак постоянства функции.

Если F (x) = 0 на некотором промежутке L, то функция F- постоянна на этом промежутке.

Для доказательства выберем некоторое число x_0 из промежутка L. Тогда для любого числа x из этого промежутка по формуле Лагранжа можно найти такое число c, заключённое между x и x_0, что выполняется соотношение
F (x) –F (x_0) =F ' (c)(x –x_0). Но точка c € L и по условию F ' (c) =0. Тогда
F (x) – F (x_0) =0 или F (x) =F (x_0), т. е. функция F (x) сохраняет постоянное значение F (x_0) на промежутке L.

Все первообразные функции f можно записать с помощью одной формулы, которую называют общим видом первообразной для f (x). Для этого используют теорему.

Теорема (Основное свойство первообразных)

Любая первообразная для функции f на промежутке L может быть задана в виде

F(x) + C, где F(x)- одна из первообразных для функции f(x) на промежутке L, а C- произвольная постоянная.

Докажем это утверждение. Найдём производную функции
G (x) ' = (F(x) +C ' `= F ' (x) + C ' = F ' (x). По условию F (x) – первообразная для ф3ункции f (x) и справедливо равенство F ' (x) = f (x). Но тогда выполнено и равенство
G (x) ' = (F (x) +C) ' = f (x). Поэтому функция F (x) + C также первообразная для функции f (x).
И обратно: пусть G (x) и F (x) – две различные первообразные для функции f (x) на промежутке L. Тогда справедливы равенства.G ' (x) = f (x) и F ' (x) =f (x) на этом промежутке. Найдём производную (G (x) – F (x)) ' = G ' (x) – F ' (x) = f (x) –f (x) = 0. Получили, что для всех x € L верно соотношение (G (x) – F (x)) ' = 0. Поэтому на основании признака постоянства функции имеем, что разность G (x) – F (x) есть функция, принимающая некоторое постоянное значение C на промежутке L, т. е. G (x) – F (x) = C. Отсюда следует, что G ' (x) = (F (x) + C) ' для всех x € L.
Что и требовалось доказать

.

Основное свойство первообразной имеет простой геометрический смысл.

Геометрический смысл основного свойства первообразной.
Графики любых двух первообразных для функции получаются друг из друга параллельным переносом вдоль оси ординат.

Теперь рассмотрим типичные задачи на применение основного свойства первообразной.
Пример 1.
Найдите общий вид первообразных для функции
f (x) = x - 3x^2.
Одной из первообразных для данной функции будет
F(x) = $\frac{1}{2}x^2 - x^3$
Так как
F ' (x) = $(\frac{1}{2}x^2 - x^3)'$ = x - 3x^2 = f (x)
По доказанной теореме общий вид первообразной имеет вид:
F (x) = $\frac{1}{2}x^2 - x^3$ +C.

Пример 2.
Найдите общий вид первообразных для функции
f (x) = 3cos x.
Общий вид первообразной:
F (x) = 3 sin x + C, так как
F ' (x) = (3 sin x + C) ' = 3 cos x = f (x).

Пример 3.
Найдите первообразную для функции.
f (x) = 3x^2 , которая проходит через точку A (0;7).
F (x) = x^3 + C, так как
F ' (x) = (x^3) ' = 3x^2 = f(x).
Подставим координаты точки A.
7 = 0^3 + C
C = 7.
Значит, первообразная имеет вид:
F (x) = x^3 +7.

V. Закрепление изученного материала.
№ 335.
а) f (x) = 2 – x^4;

$F(x) = 2x - \frac{1}{5}x^5 + C$

б) f (x) = x +cos x.

$F(x) = \frac{1}{2}x^2 + \sin x + C$

№ 336.

а) f(x) = x^6

$$F(x)=\frac{1}{7}x^7+C$$

б) $f(x)=\frac{1}{x^3}-2$

$$F(x)=-\frac{1}{2x^2}-2x+C$$

№ 337.

а) $f(x)=\frac{1}{x^2}$

$$F(\frac{1}{2})=-12$$

$$F(x)=-\frac{1}{x}+C$$

$$-12=-1:\frac{1}{2}+C$$

-12 = -2 +C

C = -10

$$F(x)=-\frac{1}{x}-10$$

б) $f(x)=\frac{1}{\cos^2 x}$

$$F(\frac{\pi}{4})=0$$

F(x) = tg x + C

$$0=tg\frac{\pi}{4}+C$$

0 = 1 +C

C = -1

F(x) = tg x -1

Домашнее задание:
п. 27; № 335 (в ;г), 336 (в;г), 337 (в;г).

Выполненные задания отправить на электронную почту
Lelya.Stepanova.66@inbox.ru