**Тема урока: Преобразование простейших тригонометрических выражений.**

**Перечень вопросов, рассматриваемых в теме**

- различные приёмы преобразования тригонометрических выражений.
- различные тригонометрические формулы и их использование при преобразовании тригонометрических выражений.

**Основная литература:**

Колягин Ю.М., Ткачева М.В., Федорова Н.Е. и др., под ред. Жижченко А.Б. Алгебра и начала математического анализа (базовый и профильный уровни) 10 кл.– М.: Просвещение, 2014.

**Теоретический материал для самостоятельного изучения**

Преобразование тригонометрических выражений – это их упрощение, которое выполняется с помощью тригонометрических формул.

Вот некоторые правила, которые помогут нам преобразовывать тригонометрические выражения.

1. Если в тригонометрических выражениях разные меры угла, то их следует привести к единой, применяя правила:

**Например:** $\frac{\pi}{3}$ рад $= (\frac{\mathbf{180}}{\boldsymbol{\pi}} \cdot \frac{\pi}{3})^{\circ} = 60^{\circ}$.

Угол, равный $\alpha$ градусов, заменяем по формуле: $\boldsymbol{\alpha}^{\circ} = \frac{\boldsymbol{\pi}}{\mathbf{180^{\circ}}}\boldsymbol{\alpha}$ **рад**

**Например:** $40^{\circ} = \frac{\pi}{180^{\circ}} \cdot 40^{\circ} = \frac{2\pi}{9}$ рад.

1. Если синусы, косинусы, тангенсы и котангенсы содержат разные аргументы, (углы),стараемся привести к одному аргументу (углу).

**Например**, с помощью формул двойного аргумента(угла) $\cos 2\alpha$ заменяем на $\cos \alpha$ по формуле $\mathbf{\cos 2\boldsymbol{\alpha} = 2\cos^2 \boldsymbol{\alpha} - 1}$.

1. Если в тригонометрическом выражении необходимо поменять синус на косинус, тангенс на котангенс, то применяем формулы приведения.

**Например**: $\sin 85^{\circ} = \cos 5^{\circ}$, так как $85^{\circ} = 90^{\circ} - 5^{\circ}$, синус меняется на косинус.

$\mathrm{tg}295^{\circ} = -\mathrm{ctg}25^{\circ}$ , так как $295^{\circ} = 270^{\circ} + 25^{\circ}$, тангенс меняется на котангенс, угол в четвёртой четверти, здесь тангенс отрицательный.

1. Если тригонометрические выражения содержат большое количество тригонометрических функций, то необходимо привести к минимальному количеству видов функций. Для этого используем формулы приведения, основное тригонометрическое тождество или другие формулы.

**Например:**

вычислить $\sin 105° \cos 15° + \sin 15° \sin 165° + \mathrm{tg} 225°$.

Заметим, что $\sin 105° = -\cos 15°$, $\sin 165° = \sin 15°$, $\mathrm{tg} 225° = \mathrm{ctg} 45° = 1$.

Тогда данное выражение примет вид:

$$-\cos 15° \cos 15° + \sin 15° \sin 15° + 1 = -\cos^2 15° + \sin^2 15° + 1 = -(\cos^2 15° - \sin^2 15°) + 1$$

;

в скобках формула косинуса двойного угла, т.е. $\cos(2 \cdot 15°) = \cos 30°$, значит

$$-\cos 30° + 1 = -\frac{\sqrt{3}}{2} + 1 = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

1. Если в тригонометрическом выражении нужно понизить степень входящих в него компонентов, применяем формулу понижения степени или формулу половинного аргумента. Только помните: степень понижается, аргумент удваивается.

$$\sin^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{2}, \cos^2\frac{\alpha}{2} = \frac{\cos\alpha + 1}{2}, \mathrm{tg}^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1-\cos\alpha}{\cos\alpha + 1}, \mathrm{ctg}^2\frac{\alpha}{2} = \frac{1+\cos\alpha}{1-\cos\alpha}$$

Данная группа формул позволяет перейти от любого тригонометрического выражения к рациональному.

**Например:** упростите выражение $\cos^2\frac{\alpha}{2} - \frac{1}{2}\cos\alpha$.

Применяем формулу понижения степени для косинуса и получаем:

$$\frac{\cos\alpha + 1}{2} - \frac{1}{2}\cos\alpha = \frac{\cos\alpha + 1 - \cos\alpha}{2} = \frac{1}{2}.$$

Чтобы определить рациональность значения тригонометрического выражения, мы должны знать, что из всех углов, содержащих рациональное число, лишь углы вида $\pi k$; $\frac{\pi}{3} + \pi k$; $\frac{\pi}{2} + \pi k$, где k целое число, имеют рациональный косинус.

Например, $\cos\frac{7\pi}{3}$ число рациональное, так как $\cos\frac{7\pi}{3} = \cos(\frac{6\pi}{3} + \frac{\pi}{3}) = \cos(2\pi + \frac{\pi}{3}) = \cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}.$

Углы вида $\pi k$; $\frac{\pi}{6} + \pi k$; $\frac{\pi}{2} + \pi k$ , где k целое число, имеют рациональный синус.

Углы вида $\pi k$; $\frac{\pi}{4} + \pi k$, где k целое число, имеют рациональный тангенс.

**Решить задания:**

**Пример 1.**Вычислите: $\frac{24}{\sin^2 39° + \sin^2 129°}$ .

**Пример 2.** Найдите $\frac{\sin\alpha - 2\cos\alpha}{3\sin\alpha - \cos\alpha}$ , если $\operatorname{tg}\alpha = 3$.

Выполненные задания отправить на электронную почту

Lelya.Stepanova.66@inbox.ru