Тема: События, вероятность события. Сложение и умножение вероятностей.

Изучить новый материал и составить конспект.

В толковом словаре С.И. Ожегова и Н.Ю. Шведовой читаем: «Вероятность – возможность исполнения, осуществимости чего-нибудь». Мы часто употребляем в повседневной жизни «вероятно», «вероятнее», «невероятно», вовсе не имея в виду конкретные количественные оценки этой возможности исполнения. Основатель современной теории вероятностей А.Н. Колмогоров писал о вероятности так: «Вероятность математическая – это числовая характеристика степени возможности появления какого-либо определенного события в тех или иных определенных, могущих повторяться неограниченное число раз условиях».
Итак, в математике вероятность измеряется числом. Совсем скоро мы выясним, как именно это можно сделать. Но начнем мы с обсуждения того, у каких событий бывает «математическая вероятность» и что представляют собой эти «определенные, могущие повторяться неограниченное число раз условия». Именно поэтому рассмотрим случайные события и случайные эксперименты.
Нужно сказать, что теория вероятностей, как никакая другая область математики, полна противоречий и парадоксов. Объяснение этому очень простое – она слишком тесно связана с реальной, окружающей нас действительностью. Долгое время ее вместе с математической статистикой даже не хотели причислять к математическим дисциплинам, считая их сугубо прикладными науками.
Только в первой половине прошлого века, в основном благодаря трудам нашего великого соотечественника А.Н. Колмогорова, имя которого уже упоминалось выше, были построены математические основания теории вероятностей, которые позволили отделить собственно науку от ее приложений. Подход, предложенный Колмогоровым, теперь принято называть аксиоматическим, поскольку вероятность в нем (а точнее, вероятностное пространство) определяется как некая математическая структура, удовлетворяющая определенной системе аксиом.
В современных школьных учебниках можно найти следующее определение: событие называется **случайным**, если при одних и тех же условиях оно может как произойти, так и не произойти. Случайным будет, например, событие «При подбрасывании игрального кубика выпадет 6 очков».
В приведенном определении неявно подразумевается одно важное требование, которое необходимо подчеркнуть: мы должны иметь возможность *неоднократно воспроизводить одни и те же условия, в которых наблюдается данное событие* (например, подбрасывать кубик),- иначе невозможно судить о его случайности.
Стало быть, говоря о любом случайном событии, мы всегда имеем в виду наличие определенных условий, без которых об этом событии вообще не имеет смысла говорить. Этот комплекс условий называют **случайным опытом** или **случайным экспериментом**.
В дальнейшем *мы будем называть случайным любое событие, связанное со случайным экспериментом*. До эксперимента, как правило, невозможно точно сказать, произойдет данное событие, или не произойдет – это выясняется лишь после его завершения. Но неспроста мы сделали оговорку «как правило»: в теории вероятностей принято считать случайными все события, связанные со случайным экспериментом, в том числе:

- **невозможные**, которые никогда не могут произойти;
- **достоверные,** которые происходят при каждом таком эксперименте.

Например, событие «На игральном кубике выпадет 7 очков» - невозможное, а «На игральном кубике выпадет меньше семи очков» - достоверное. Разумеется, если речь идет о кубике, на гранях которого написаны числа от 1 до 6.
События называются **несовместными,** если каждый раз возможно появление только одного из них. События называются **совместными**, если в данных условиях появление одного из этих событий не исключает появление другого при том же испытании (В урне два шара – белый и черный, появление черного шара не исключает появление белого при том же испытании). События называются **противоположными,** если в условиях испытания они, являясь единственными его исходами, несовместны. Вероятность события рассматривается как мера объективной возможности появления случайного события.

Обозначения:

Случайные события (большими буквами латинского алфавита): A,B,C,D,.. (или A_1, A_m). “Случайные” опускают и говорят просто “события”.
Число исходов, благоприятствующих наступлению данного события – m;
Число всех исходов (опытов) – n.
Классическое определение вероятности.
Вероятностью события А называется отношение числа исходов m, благоприятствующих наступлению данного события A_1 к числу n всех исходов (несовместных, единственно возможных и равновозможных), т.е.
$P(A) = \frac{m}{n}$ – вероятность случайного события
Вероятность любого события не может быть меньше нуля и больше единицы, т.е. $0 \le P(A) \le 1$
Невозможному событию соответствует вероятность P(A)=0, а достоверному – вероятность P(A)=1

Теоремы сложения вероятностей.
Теорема сложения вероятностей несовместных событий.
Вероятность появления одного из нескольких попарно несовместных событий, безразлично какого, равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(A+B)=P(A)+P(B);$$
$$P(A_1 + A_2 + \ldots + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_n).$$

Теорема сложения вероятностей совместных событий.
Вероятность появления хотя бы одного из двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного появления:

$$P(A+B)=P(A)+P(B)-P(AB)$$

Для трех совместных событий имеет место формула:
$P(A+B+C)=P(A)+P(B)+P(C)-P(AB)-P(AC)-P(BC)+P(ABC)$

Событие, противоположное событию А (т.е. ненаступление события А), обозначают $\overline{A}$. Сумма вероятностей двух противоположных событий равна единице: $P(A)+P(\overline{A})=1$

Вероятность наступления события А, вычисленная в предположении, что событие В уже произошло, называется **условной вероятностью** события А при условии В и обозначается $P_B(A)$ или P(A/B).
Если А и В – независимые события, то
$P(B)\text{-}\ P_A(B)=P_{\overline{A}}(B)$.

События A,B,C,… называются **независимыми в совокупности,** если вероятность каждого из них не меняется в связи с наступлением или ненаступлением других событий по отдельности или в любой их комбинации.

Теоремы умножения вероятностей.
Теорема умножения вероятностей независимых событий.
Вероятность совместного появления двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий:
$P(AB)=P(A)\cdot P(B)$

Вероятность появления нескольких событий, независимых в совокупности, вычисляется по формуле:
$P(A_1 A_2 \ldots A_n)=P(A_1)\cdot P(A_2)\ldots P(A_n)$.

Теорема умножения вероятностей зависимых событий.
Вероятность совместного появления двух зависимых событий равна произведению одного из них на условную вероятность второго:
$P(AB)=P(A)\cdot P_A(B)=P(B)\cdot P_B(A)$

Выполненное задание отправляйте на почту преподавателя
lelya.stepanova.66@inbox.ru