

Урок №20. Иррациональные неравенства

Перечень вопросов, рассматриваемых в теме

- 1) понятие иррационального неравенства;
- 2) методы решения иррациональных неравенств.

Теоретический материал для самостоятельного изучения

Определение. Неравенство, содержащее переменную под знаком корня, называется иррациональным.

Иррациональное неравенство, как правило, сводится к равносильной системе (или совокупности систем) неравенств.

1. $\sqrt{f(x)} > \sqrt{g(x)} \Leftrightarrow \{g(x) \geq 0, f(x) > g(x)\}$
2. $\sqrt{f(x)} \geq \sqrt{g(x)} \Leftrightarrow \{g(x) \geq 0, f(x) \geq g(x)\}$
3. $\sqrt{f(x)} < g(x) \Leftrightarrow \{f(x) \geq 0, g(x) > 0, f(x) < g^2(x)\}$
4. $\sqrt{f(x)} \leq g(x) \Leftrightarrow \{f(x) \geq 0, g(x) \geq 0, f(x) \leq g^2(x)\}$
5. $\sqrt{f(x)} > g(x) \Leftrightarrow \{g(x) < 0, f(x) \geq 0\} \cup \{g(x) \geq 0, f(x) > g^2(x)\}$
6. $\sqrt{f(x)} \geq g(x) \Leftrightarrow \{g(x) < 0, f(x) \geq 0\} \cup \{g(x) \geq 0, f(x) \geq g^2(x)\}$

Разбор решения заданий тренировочного модуля

Пример 1. Решить неравенство $\sqrt{10x+5} < -3$

Решение. Заметим, что правая часть этого неравенства отрицательна, в то время как левая часть неотрицательна при всех значениях x , при которых она определена. Поэтому неравенство решений не имеет.

Ответ. Решений нет.

Пример 2. Решить неравенство $\sqrt{2x-3} < 1$

Решение. В соответствии со схемой (1) решения неравенств этого типа, запишем равносильную ему систему рациональных неравенств

$$\begin{cases} 2x - 3 < 1^2, \\ 2x - 3 \geq 0. \end{cases}$$

Условие выполнено при всех x , и нет необходимости добавлять его к выписанной системе.

Ответ. $\left[\frac{3}{2}; 2\right)$

Пример 3. Решить неравенство . $\sqrt{x+18} < 2-x$

Решение. Это неравенство может быть решено при помощи схемы (1). Система, равносильная исходному неравенству, имеет вид

$$\begin{cases} x+18 \geq 0, \\ 2-x \geq 0, \\ x+18 < (2-x)^2. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -18, \\ x \leq 2, \\ x^2 - 5x - 14 > 0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -18 \leq x < 2, \\ x < -2, \\ x > 7, \end{cases}$$

Пример 4. Решить неравенство . $\sqrt{x^2+x-2} > x$

Решение. Данное неравенство можно решать с помощью схемы (2). Оно равносильно совокупности двух систем

$$\begin{cases} x < 0, \\ x^2+x-2 \geq 0, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0, \\ x \leq -2, \\ x \geq 1, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0, \\ x^2+x-2 > x^2. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0, \\ x > 2, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -2, \\ x > 2. \end{cases}$$

Пример 5. Решить неравенство .

Решение. Согласно схеме (3), данное неравенство равносильно системе

$$\begin{cases} 2x+1 > 2-3x, \\ 2-3x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{1}{5}, \\ x \leq \frac{2}{3} \end{cases}$$

Домашнее задание: 1. Записать конспект.

2. Решить в тетради №150,151.(стр.297)

Учебник: <http://uchebniki.net/algebra10/392-uchebnik-algebra-10-11-klass-kolmogorov-2008.html>

Выполненные задания отправить на электронную почту Lelya.Stepanova.66@inbox.ru