

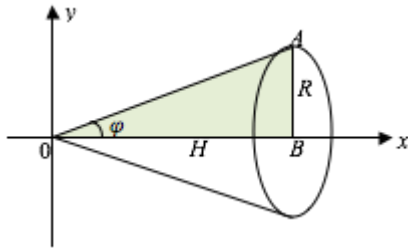
## Тема урока "Объем конуса"

**Цели урока:** вывести формулу вычисления объема конуса и научиться применять ее при решении задач

**Теоретический материал для самостоятельного изучения**

**Теорема:** Объем конуса равен одной трети произведения площади основания на высоту.

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$$



Доказательство:

Данный конус можно рассматривать как тело, полученное вращением прямоугольного треугольника с вершиной в точках  $O(0; 0)$ ,  $B(H, 0)$ ,  $A(H, R)$  вокруг  $Ox$ . Уравнение прямой  $OA$  имеет вид:

$$y = kx, \text{ где } k = \operatorname{tg}\varphi = \frac{|AM|}{|OM|} = \frac{R}{H}.$$

Треугольник  $OAB$  является частным видом криволинейной трапеции, которая ограничена осью абсцисс графиком функции  $y = \frac{R}{H}x$  и прямой  $x = H$ .

Поэтому объем конуса можно найти с помощью формулы (1), то есть

$$V = \pi \int_0^H \left(\frac{R}{H}x\right)^2 dx = \frac{\pi R^2}{H^2} \cdot \frac{H^3}{3} - \frac{\pi R^2}{H^2} \cdot \frac{H^3}{3} = \frac{\pi R^2 H}{3} = \frac{1}{3}\pi R^2 H.$$

Площадь основания конуса равна  $S = \pi R^2$ , поэтому  $V = \frac{1}{3}S_{\text{осн}}H$ .  
Теорема доказана.

**Следствие:** Объем усеченного конуса, высота которого равна  $h$ , а площади оснований равны  $S$  и  $S_1$ , вычисляется по формуле:

$$V = \frac{1}{3}h(S + S_1 + \sqrt{S \cdot S_1})$$

**Закрепление изученного материала**

**№ 1.** Вычислите объем конуса, если его высота 6 см, а площадь основания  $42 \text{ см}^2$ . / $84 \text{ см}^3$ /

Решение:

$$V = \frac{1}{3}S_{\text{осн}}H = \frac{1}{3} \cdot 42 \text{ см}^2 \cdot 6 \text{ см} = 84 \text{ см}^3$$

**№ 2.** Объем конуса с радиусом основания 4 м и высотой 6 м равен. / $32 \pi \text{ м}^3$ /

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H = \frac{1}{3} \cdot 4^2 \cdot 6 = \frac{1}{3} \pi \cdot 16 \cdot 6 = 32 \pi \text{ м}^3$$

**№ 3.** Найдите площадь основания конуса, если его объем равен  $256 \text{ см}^3$ , а высота 4 м. / $192 \text{ см}^2$ /

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} H$$

$$256 = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{осн}} \cdot 4$$

$$S = \frac{256 \cdot 3}{4} = 192 \text{ см}^2$$

**№ 4.** Вычислите объем усеченного конуса, высота которого 3 см, а площадь основания 16 см<sup>2</sup> и 4 см<sup>2</sup>. /28 см<sup>3</sup>/

$$V = \frac{1}{3} h (S + S_1 + \sqrt{S \cdot S_1}) = \frac{1}{3} \cdot 3 (16 + 4 + \sqrt{16 \cdot 4}) = 20 + 8 = 28$$

Домашнее задание: 1. Записать краткий конспект.

2. Решить задачи в тетрадь.

1. Образующая конуса 6, а высота 3. Найдите объем конуса. В ответе укажите  $\frac{V}{\pi}$ .
2. Во сколько раз увеличится объем конуса, если его высоту увеличить в 4 раза, оставив неизменным основание?
3. Высота конуса равна 8, образующая равна 10. Найдите его объем, деленный на  $\pi$ .
4. Диаметр основания конуса равен 6, а угол при вершине осевого сечения равен 60°.

**Выполненные задания отправить на электронную почту**

**[Lelya.Stepanova.66@inbox.ru](mailto:Lelya.Stepanova.66@inbox.ru)**