

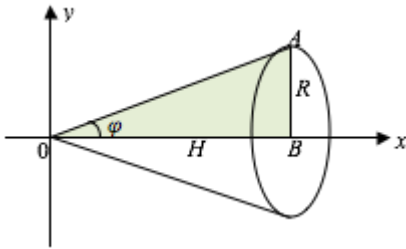
Тема урока "Объем конуса"

Цели урока: вывести формулу вычисления объема конуса и научиться применять ее при решении задач

Теоретический материал для самостоятельного изучения

Теорема: Объем конуса равен одной трети произведения площади основания на высоту.

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$$



Доказательство:

Данный конус можно рассматривать как тело, полученное вращением прямоугольного треугольника с вершиной в точках $O(0; 0)$, $B(H, 0)$, $A(H, R)$ вокруг Ox . Уравнение прямой OA имеет вид:

$$y = kx, \text{ где } k = \operatorname{tg} \varphi = \frac{|AM|}{|OM|} = \frac{R}{H}.$$

Треугольник OAB является частным видом криволинейной трапеции, которая ограничена осью абсцисс графиком функции $y = \frac{R}{H}x$ и прямой $x = H$.

Поэтому объем конуса можно найти с помощью формулы (1), то есть

$$V = \pi \int_0^H \left(\frac{R}{H}x\right)^2 dx = \frac{\pi R^2}{H^2} \cdot \frac{H^3}{3} - \frac{\pi R^2}{H^2} \cdot \frac{H^3}{3} = \frac{\pi R^2 H}{3} = \frac{1}{3}\pi R^2 H.$$

Площадь основания конуса равна $S = \pi R^2$, поэтому $V = \frac{1}{3}S_{\text{осн}}H$.
Теорема доказана.

Следствие: Объем усеченного конуса, высота которого равна h , а площади оснований равны S и S_1 , вычисляется по формуле:

$$V = \frac{1}{3}h(S + S_1 + \sqrt{S \cdot S_1})$$

Закрепление изученного материала

№ 1. Вычислите объем конуса, если его высота 6 см, а площадь основания 42 см^2 . / 84 см^3 /

Решение:

$$V = \frac{1}{3}S_{\text{осн}}H = \frac{1}{3} \cdot 42 \text{ см}^2 \cdot 6 \text{ см} = 84 \text{ см}^3$$

№ 2. Объем конуса с радиусом основания 4 м и высотой 6 м равен. / $32 \pi \text{ м}^3$ /

$$V = \frac{1}{3}\pi R^2 H = \frac{1}{3} \cdot 4^2 \cdot 6 = \frac{1}{3} \pi \cdot 16 \cdot 6 = 32 \pi \text{ м}^3$$

№ 3. Найдите площадь основания конуса, если его объем равен 256 см^3 , а высота 4 м. / 192 см^2 /

$$V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} H$$

$$256 = \frac{1}{3} \cdot S_{\text{осн}} \cdot 4$$

$$S = \frac{256 \cdot 3}{4} = 192 \text{ см}^2$$

№ 4. Вычислите объем усеченного конуса, высота которого 3 см, а площадь основания 16 см² и 4 см². /28 см³/

$$V = \frac{1}{3} h (S + S_1 + \sqrt{S \cdot S_1}) = \frac{1}{3} \cdot 3 (16 + 4 + \sqrt{16 \cdot 4}) = 20 + 8 = 28$$

Домашнее задание: 1. Записать краткий конспект.

2. Решить задачи в тетрадь.

1. Образующая конуса 6, а высота 3. Найдите объем конуса. В ответе укажите $\frac{V}{\pi}$.
2. Во сколько раз увеличится объем конуса, если его высоту увеличить в 4 раза, оставив неизменным основание?
3. Высота конуса равна 8, образующая равна 10. Найдите его объем, деленный на π .
4. Диаметр основания конуса равен 6, а угол при вершине осевого сечения равен 60°.

Выполненные задания отправить на электронную почту

Lelya.Stepanova.66@inbox.ru