Урок по теме: Объемы прямой призмы и цилиндра

Перечень вопросов, рассматриваемых в теме

1) Доказательство теорем об объемах прямой призмы и цилиндра

2) Определение призмы, вписанной в цилиндр и призмы описанной около цилиндра

3) Решение задач на нахождение объемов прямой призмы и цилиндра

V=Sh объем прямой призмы и цилиндра

Теоретический материал для самостоятельного изучения

Цилиндр — геометрическое тело, ограниченное цилиндрической поверхностью и двумя параллельными плоскостями, пересекающими её.

Прямая призма — это призма, у которой боковые ребра перпендикулярны плоскости основания, откуда следует, что все боковые грани являются прямоугольниками

Объем всякого цилиндра равен произведению площади основания на высоту

Объем призмы — это произведение площади ее основания на высоту

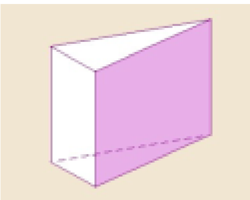
Призма вписана в цилиндр, если ее основания вписаны в основания цилиндра.

Призма описана около цилиндра, если ее основания описаны около оснований цилиндра.

Высота любой призмы (вписанной в цилиндр или описанной около цилиндра), равна высоте самого цилиндра

Примеры и разбор решения заданий тренировочного модуля

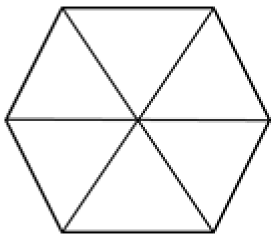
№1. Найти объем прямой треугольной призмы высотой 6, в основании которой - прямоугольный треугольник с катетами 3 и 7.



Решение: Объем призмы вычисляется по формуле $V = S_{осн} \cdot h$, т.к. в основании призмы – прямоугольный треугольник, то объем призмы будет вычисляться по формуле $V = S_{осн} \cdot h = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot h$, где а и в – катеты треугольника. Подставляя все данные задачи в формулу, получаем ответ: $V = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 7 \cdot 6 = 63$.

№2. Найти объём правильной -угольной призмы, у которой каждое ребро равно а, если: а) n=3, б) n=4, в) n=6.

Решение: поскольку призма правильная, значит, это прямая призма и в основании лежит правильный многоугольник.



Формулу для вычисления объёма прямой призмы мы только что вывели $V = S_{осн} \cdot h$. Поскольку, по условию все ребра призмы равны а, значит, высота призмы равна h=a. Осталось найти площадь основания.

Основанием правильной треугольной призмы является правильный, то есть равносторонний треугольник n=3. Площадь правильного треугольника со стороной f вычислить несложно, она равна $S_{осн} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = a^2 \frac{\sqrt{3}}{4}$ (ед. кв.).

Применяя формулу для вычисления объёма прямой призмы, получим, что объём правильной треугольной призмы равен $V = \frac{\sqrt{3}a^2}{4} \cdot h = \frac{\sqrt{3}a^2}{4} \cdot a = \frac{\sqrt{3} \cdot a^3}{4}$ (ед. куб.)
.

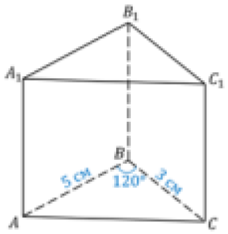
Основанием правильной четырёхугольной призмы является квадрат n=4. Площадь квадрата со стороной а равна $S_{осн} = a \cdot a = a^2$ (ед. кв.). Тогда объём правильной четырёхугольной призмы равен $V = a^2 \cdot h = a^2 \cdot a = a^3$ (ед. куб.).

Основанием правильной шестиугольной призмы является правильный шестиугольник n=6. Своими большими диагоналями шестиугольник делится на 6 равносторонних треугольников. Площадь каждого из треугольников равна $a^2 \frac{\sqrt{3}}{4}$ (ед. кв.), значит, площадь правильного шестиугольника равна $S_{осн} = 6 \cdot S_1 = 6 \cdot a^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}a^2}{2}$ (ед. кв.). Тогда объём правильной шестиугольной призмы равен $V = \frac{3\sqrt{3}a^2}{2} \cdot h = \frac{3\sqrt{3}a^2}{2} \cdot a = \frac{3\sqrt{3}a^3}{2}$ (ед. куб.).

Ответ $3\sqrt{3a^3}/2$ ед^3

№3 Найди объём прямой призмы если $\angle ABC$ =120°, AB=5 см, BC=3см и наибольшая из площадей боковых граней равна 35см^2 .

Решение: боковая грань прямой призмы является прямоугольником.



Площадь каждой боковой грани равна произведению высоты призмы на сторону основания.

$$S_{AA_1B_1B} = AB \cdot h$$

$$S_{BB_1C_1C} = BC \cdot h$$

$$S_{AA_1C_1C} = AC \cdot h$$

То есть большая боковая грань содержит большую сторону основания.

По условию $\angle ABC$ =120°, – тупой, а поскольку напротив большей стороны лежит больший угол, то большей стороной основания будет сторона AC. Вычислим длину стороны AC по теореме косинусов.

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot cos\,\angle ABC$$

$$AC^2 = 5^2 + 3^2 - 2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 49 \Rightarrow AC = 7\ (\text{см})$$

Получим, что длина стороны AC=7см.

Зная большую сторону основания и площадь наибольшей боковой грани призмы, длину высоты призмы вычислить нетрудно.

Получим, что длина высоты призмы равна $h = \frac{S_{AA_1C_1C}}{AC} \Rightarrow h = \frac{35}{7} = 5\ (\text{см})$.

Для нахождения объёма призмы, воспользуемся только что доказанной формулой $V = S_{осн} \cdot h$. Площадь основания можно найти либо по формуле Герона $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)},\ p = \frac{a+b+c}{2}$, либо по формуле $S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot sin\,\alpha$.

Мы воспользуемся второй формулой. Получим, что площадь основания равна $S_{осн} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 5 \cdot sin\,120° = \frac{15\sqrt{3}}{4}\ (см^2)$.

Тогда объём прямой призмы равен $V = S_{осн} \cdot h = \frac{15\sqrt{3}}{4} \cdot 5 = \frac{75\sqrt{3}}{4}\ (см^3)$.

Ответ $75\sqrt{3a^3}/4$ см^3

Домашнее задание: 1.Записать в тетрадь конспект.
2.Решить задачу.

Задача .

По стороне основания, равной **5 см**, и боковому ребру, равному **8 см**, найдите объем правильной треугольной призмы.

Выполненные задания отправить на электронную почту
Lelya.Stepanova.66@inbox.ru