Тема урока**: Объём и его измерение.**

Перечень вопросов, рассматриваемых на уроке:

Понятие объёма.

Свойства объёмов.

Объём прямоугольного параллелепипеда.

Формула объёма прямоугольного параллелепипеда.

Теоретический материал для самостоятельного изучения

С понятием объёмного тела, отличающегося от плоской фигуры, мы познакомились ещё в начальной школе.

Объёмом принято называть положительную величину, характеризующую часть пространства, занимаемую телом, и определяемую формой и линейными размерами этого тела.

Мы можем вычислить объём тела точно так же, как ранее находили площадь фигуры. Объём принято измерять в **единицах измерения объёма** (единицах измерения размера пространства, занимаемого телом), то есть в кубических метрах, сантиметрах, миллиметрах и так далее. За единицу измерения объёма можно принять куб с ребром 1 см, то есть, **кубический сантиметр** (обозначение: $см^3$). По аналогии, можно за единицу измерения объёма принять кубический миллиметр (1 $мм^3$), кубический метр (1 $м^3$) и тому подобное.

Объём выражается в положительных числах. Это число показывает, сколько единиц измерения содержится в теле. Например, сколько кубических миллиметров в аквариуме, сколько кубических метровв бассейне и так далее.

Объём обозначается заглавной латинской буквой **V**.

Пример:

Объём книги**400** кубических сантиметров запишут: $V = 400см^3$.

Рассмотрим свойства объёмов.

Свойство № 1. Равные тела имеют равные объёмы. Это означает, что если два тела идентичны, то есть имеют равное количество единиц измерения и частей, то равны и их объёмы. Например, 2 одинаковых пакета молока равны в объёме.

Свойство № 2. Если тело составлено из нескольких тел, то его объём равен сумме объёмов этих тел.

Следствие из основных свойств объёмов.

Объём куба с ребром 1/n равен $1/n^3$

Доказательство. Рассмотрим куб, объём которого принят за единицу измерения объёмов, тоесть равный некоторому числукубических сантиметров. Его ребро равно единице измерения отрезков. Разобьём каждое ребро этого куба на произвольное количество частей – nтак, чтобы провести плоскости, перпендикулярные к этому ребру.

По второму свойству объёмов, сумма объёмов всех кубиков равна объёму всего куба (1 см^3). Следовательно, поскольку мы разбили каждое ребро на n частей, то каждый маленький куб внутри большого куба будет иметь ребро

$$\frac{1}{n}$$

Объём каждого из маленьких кубиков при этом будет равен $1/n^3$.

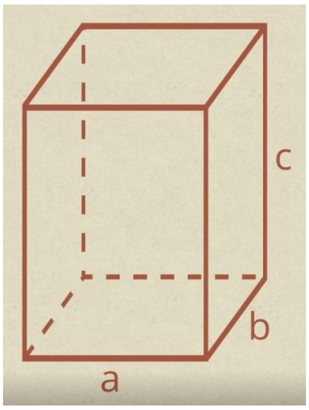
Объём прямоугольного параллелепипеда

Теорема

Объём прямоугольного параллелепипеда равен произведению трёх его измерений.

Доказательство

Обозначимизмеренияпрямоугольного параллелепипеда P буквами a,b,c, его объём буквой V, и докажем, что V = a · b · c.



Рассмотрим два возможных случая.

Случай первый. Измерения a, b и c представляют собой конечные десятичные дроби, у которых число знаков после запятой не превосходит n (можно считать, что n больше или равно 1). В этом случае числа $a \cdot 10^n$, $b \cdot 10^n$, $c \cdot 10^n$, являются целыми. Разобьём каждое ребро параллелепипеда на равные части длины: $1/10^n$ и через точки разбиения проведём плоскости, перпендикулярные к этому ребру. Параллелепипед P разобьётся на $abc \cdot 10^{3n}$ равных кубов с ребром $1/10^n$. Так как объём каждого куба равен $1/10^{3n}$, что мы доказали ранее, то объём всего параллелепипеда P = abc, что и требовалось доказать.

Случай второй.

Хотя бы одно из измерений a, b, c представляет собой бесконечную десятичную дробь. Рассмотрим конечные десятичные дроби: a_n, b_n, c_n, которые получаются из чисел a, b, c, если отбросить в каждом из них все цифры после запятой, начиная с n + 1. Очевидно, $a_n \le a \le a_{n'}$, где $a_{n'} = a_{n+1} : 10^n$. Аналогичные неравенства справедливы для b и c. Перемножив эти неравенства, получим произведение $a_n b_n c_n \le abc \le a_{n'} b_{n'} c_{n'}$, где $b_{n'} = b_{n+1} : 10^n$, $c_{n'} = c_{n+1} : 10^n$

По доказанному в первом случае, левая часть неравенства представляет собой объём V_n прямоугольного параллелепипеда P_n с измерениями a_n, b_n, c_n, а правая часть – это объём $V_{n'}$ прямоугольного параллелепипеда $P_{n'}$ с измерениями $a_{n'}$, $b_{n'}$, $c_{n'}$. Так как параллелепипед P содержит в себе параллелепипед P_n, а сам содержится в параллелепипеде $P_{n'}$, то объём V параллелепипеда P заключён между V_n, $= a_n b_n c_n$ и $V_{n'} = a_{n'} b_{n'} c_{n'}$. Будем неограниченно увеличивать n. Тогда $1/10^n$ будет становиться сколь угодно малым, и поэтому произведение $a_{n'} b_{n'} c_{n'}$ будет сколь угодно мало отличаться от числа, выраженного произведением $a_n b_n c_n$. Отсюда следует, что число V сколь угодно мало отличается от числа, выраженного произведением $a_n b_n c_n$, а значит, они равны.V = abc, что и требовалось доказать.

Примеры и разбор решения заданий тренировочного модуля.

№1.Длины сторон основания прямоугольного параллелепипеда равны 15 см и 20 см. Высота параллелепипеда равна диагонали основания. Найдите объём этого параллелепипеда.

Решение:

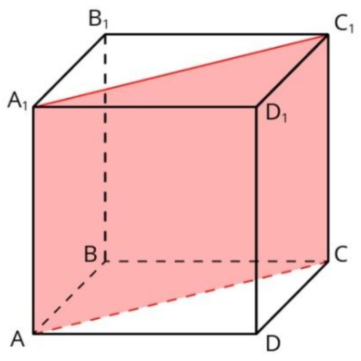
Найдём длину диагонали основания, для этого воспользуемся теоремой Пифагора:

$$\sqrt{15^2 + 20^2} = \sqrt{225 + 400} = \sqrt{625} = 25 \text{ см}$$

А теперь найдём объём параллелепипеда:

$V = 15 \cdot 20 \cdot 25 = 7500$ см^3

Ответ: $V = 7500$ см^3.



№2.

Найдите площадь закрашенной фигуры, если объём прямоугольного параллелепипеда равен 960 $см^3$, AB = 8 см, $AA_1 = 20$ см.

Варианты ответов:

220 $см^2$

100 $см^2$

400 $см^2$

200 $см^2$

Решение.

Найдём длину AD:

AD = 960 : 8 : 20 = 6 см

Найдём AC, воспользовавшись теоремой Пифагора:

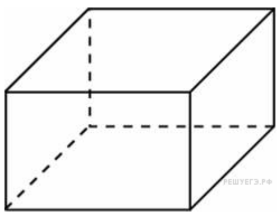
$$\mathrm{AC} = \sqrt{AD^2 + AB^2} = \sqrt{8^2 + 6^2} = \sqrt{64 + 25} = \sqrt{100} = 10 \text{ см}$$

Закрашенная фигура – прямоугольник. Вычислим его площадь: 10·20= 200 $см^2$.

Ответ: площадь закрашенной фигуры 200 $см^2$.

Верный ответ: 200 $см^2$.

Домашнее задание: 1.Записать в тетрадь конспект.
2.Решить задачи.



Задача 1.Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 3 и 4. Площадь поверхности этого параллелепипеда равна 94. Найдите третье ребро, выходящее из той же вершины.
Задача 2. Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 2, 3. Объем параллелепипеда равен 36. Найдите его диагональ.

Выполненные задания отправить на электронную почту

Lelya.Stepanova.66@inbox.ru